
Arithmetica tyronica,
eller
grundig Veiviisning,
practice at lære al fornøden
Huus- og Handels-Regning,
fremsat ved
en nye og fordeelagtig Læremaade,

Regning & Matematik i 200 år

1866-1916-1966-2016-2066

Allan.Tarp@gmail.com

Et sproghus med to sprog

Vi beskriver verden med to sprog, et **TaleSprog** og et **TalSprog**.

Begge er dele af et **sproghus** med to etager. Den nederste beskriver verden med et sprog og den øverste beskriver sproget med et **meta-sprog**, en grammatik.

I talesproget kommer sproget før dets BottomUp grammatik.
I talsproget kommer grammatikken før sit Top-Down talsprog
Og grammatik før sprog skaber store læringsproblemer, ikke kun i Sverige.

	TaleSprog	TalSprog
MetaSprog	Æblet er et grundled	T er en funktion
Sprog	Æblet er grønt *(mening)*	T = 2+3*x *(forudsigelse)*
	Kvaliteter	*Kvantitater*

Verden

Matematik, TalSprogets grammatik

Etymologi: Wikipedia skriver at ordet matematik kommer fra det græske máthēma, som betyder ”det der er lært". På Latin og Dansk indtil omkring 1700 betød matematik mere almindeligt "astrologi" (eller nogle gange "astronomi"); betydningen blev gradvist ændret til sin nuværende fra 1500 til 1800. Aristoteles definerede matematik som “naturvidenskab om mange", og denne definition overlevede indtil det 18. århundrede (http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics)

Denne betydning harmonerer med Freudenthal, der skriver: Blandt Pythagoræerne var der en gruppe der kaldte sig matematikere, da de dyrkede de fire "mathemata”: geometri, aritmetik, musikteori og astronomi. (Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task.)*

Hvad er matematik – forskellige svar

Med astronomi og musik som selvstændige områder er matematik nu blot en fællesbetegnelse for geometri og algebra, begge rodfæstet i mange, da de på græsk hhv. arabisk betyder jordmåling hhv. genforening af tal.

De nordamerikanske republikker tilbyder da også kurser, ikke i matematik, men i algebra og geometri.

I modsætning til Europa med sine autokratiske fortid, hvor regning og aritmetik og geometri blev integreret til moderne matematik med opfindelsen af mængde-begrebet.

5 spørgsmål som få kan besvare

Dette er sandt	Altid	Aldrig	Sommetider
2 + 3 = 5	2uger+ 3dage = 17dage; kun med samme enhed		**x**
2 x 3 = 6	**x**	2x3 er2 **3ere III III** som altid kan omtælles til 6 **1ere**	
$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$			**x** Kun hvis taget af den samme total
$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{3}{5}$	 1 rødt af 2 æbler + 2 af 3 æbler er 3 af 5 æbler, og ikke 7 af 6		**x**
en **FUNKTION** er	Et eksempel på en mængderelation hvor (efter **MÆNGDE**, 1900) første komponent identitet medfører anden komponent identitet		
	for eksempel 2+x, men ikke 2+3, dvs. (før **MÆNGDE**, 1750-1900) et navn for et uspecificeret regnestykke med et uspecificeret tal		

Baseret på disse observationer kan vi definere:

MetaMatisme = MetaMatik + MateMatisme

Meta-Matik definerer et begreb, ikke som en ~~BottomUp abstraktion fra mange eksempler~~ men som et selv-referrende <u>TopDown eksempel på en abstraktion</u>, udledt fra den meta-fysiske abstraktion **MÆNGDE**, gjort meningsløs ved selv-reference som I Russell’s version of løgnerparadokset: Kun hvis den ikke tilhører, vil M tilhøre mængden af mængder, der ikke tilhører sig selv, og modsat:

Hvis $\mathbf{M} = \{\mathbf{A} \mid \mathbf{A} \notin \mathbf{A}\}$ så vil $\mathbf{M} \in \mathbf{M} \Leftrightarrow \mathbf{M} \notin \mathbf{M}$

Mate-Matisme er en påstand, som er sand indenfor, men sjældent uden for klassen (som at addere tal uden enheder), hvor fx 2**uger**+3**dage** = 17**dage**.
I kontrast til <u>2x3 = 6</u> som siger, at 2 **3s** altid kan omtælles til 6 **1s**.

Matematik: før, nu og i morgen

1866: Hele og brudne tal og 4 specier: +, -, *, /

1916: Først regning, så aritmetik & geometri, så matematik

1966: MetaMatisme: 2+3 = ~~5~~ = 3+2 kommutativ lov

2016: Det man bruger CAS* til

2066: MangeMatik: Tæl&Regn i Rum&Tid

* CAS: Computer Algebra System

Skolen før og efter 1866

- Latinskoler i købstæder efter Reformationen
- Oplysningstiden: Forskellige realskoler i Kbhvn. Samlet i 1855 til en 3årig præliminæreksamen (almen forberedelseseksamen)
- 1903: 4årig mellemskole + 1 år real el. 3 år gym.
- 1958: Centralskoler med 2-3årig realafdeling
- 1975: 9-10 års udelt enhedsskole

C. er kendt som forfatter af en række populære og praktisk anlagte lærebøger i regning og matematik af hvilke den første Arithmetica tyronica eller grundig Vejviisning practice at lære al fornøden Huus- og Handels-Regning, 1735.

1866

Arithmetica tyronica,

eller

grundig Veiviisning,

practice at lære al fornøden

Huus- og Handels-Regning,

fremsat ved

en nye og fordeelagtig Læremaade,

efter hvilken en Lærer lige saa let og lige saa snart kan øve og examinere mange som faa Disciple.

Til Nytte og Tjeneste for alle, men i Særdeleshed Fædrelandets Skoler,

af

Christian Cramer.

Med Kongl. Majest. allernaadigste Privilegio.

To og Tyvende Oplag.

Kjøbenhavn 1867.

Trykt hos og forlagt af J. H. Schultz.

Tabula Pythagorica.

2	Gang	2	er	4	5	Gang	5	er	25
2	—	3	-	6	5	—	6	-	30
2	—	4	-	8	5	—	7	-	35
2	—	5	-	10	5	—	8	-	40

Af flere smaae Tals Tilsammensættelse kommer et større Tal; og et større Tal sammensættes af Eenere, Tiere, Hundrer, Tusener.

Nota. Dette ret at forstaae er magtpaaliggende: Thi derpaa grunder sig de fire Speciers Demonstration, og viser mig Grunden til de Maader jeg i de fire Specier følger.

3000 her er 3 en Tusener eller Millenarius.
400 — 4 en Hundrer eller Centenarius.
50 — 5 en Tiere eller Decas.
6 — 6 en Eenere eller Unitas. Coll. §. 11.
3456 og altsaa har de her samme Navne:

Nemlig 3 Tusende 4 Hundrede Femti og Sex. Som (efter norsk og tydsk Maade) var rettere sagt end Halvtredsindstyve.

Nødvendige Forklaringer,

som in Arithmetica vil iagttages:

℞ Rigsdaler.	℔ Pund.
ℳ Mark.	L℔ Lispund.
ß Skilling.	Sk℔ Skippund.
₰ Pendinge.	Centn. Centner.
÷ Minus (mindre).	pCt. pro Cento.
+ Plus (mere).	p. c. p. a. pro cento pro anno
Tdr. Tønder.	Al. Alen.
Skpr. Skiepper.	Qvart. Qvarteer.
Fdkr. Fierdingkar.	Qvint. Qvintin.

Prøve paa de fire Specier.

Nota. Lad Disciplen endnu løbe de fire Specier igjennem igjen, saaledes at han selv sætter op, hvilke Tal ham lyster, hvor han da ei har Facit at see efter, og derfor bør gjøre Prøve.

Prøve paa de fire Specier skeer i det man proberer de tvende første og de tvende sidste med hinanden, som:

1) Additio og Subtractio.

```
  28975412        60426047
+ 31450635      ÷ 31450635
----------      ----------
  60426047        28975412
```

2) Multiplicatio og Divisio.

```
   38290670       728 66
        900       34461603000 } 38290670
-----------       99999999900
34461603000
```

De fire Specier.

udi benævnte Tal.

1. Additio.

1. Een er bortskyldig 30 ℞ 3 ℳ 9 ß 8 ₰. 25 ℞ 5 ℳ 12 ß 11 ₰. 305 ℞ 4 ℳ 15 ß 9 ₰ og 2456 ℞ 5 ℳ 11 ß 7 ₰. Hvor stor er hans Gjeld? Svar 2819 ℞ 2 ℳ 1 ß 11 ₰.
2. Udi et Pakhuus er indlagt 15 Sk℔ 5 L℔ 4 ℔ Hør nok 26 Sk℔ 5 L℔ 15 ℔. 19 Sk℔ 12 L℔ 9 ℔. 12 Sk℔ 18 L℔ 13 ℔. 39 Sk℔ 3 L℔ 14 ℔. 15 Sk℔ 6 L℔ 7 ℔. 14 Sk℔ 15 L℔ 1 ℔. 36 Sk℔ 5 L℔ 11 ℔. 30 Sk℔ 11 L℔ 6 ℔ og 22 Sk℔ 9 L℔ 12 ℔. Hvor meget er det? Svar 232 Sk℔ 14 L℔ 12 ℔.
3. Addere 5 ℔ 6 Lod 3 Qvintin. 9 ℔ 20 L. 1 Qv. 8 ℔ 18 L. 2 Qv. 14 ℔ 28 L. 3 Qv. 6 ℔ 8 L. 1 Qv. 3 ℔ 30 Lod 3 Qv. 41 ℔ 3 L. 1 Qv. 9 ℔ 27 L. 3 Qv. 19 ℔ 13 L. 2 Qv. 6 ℔ 17 L. 2 Qv. og 19 ℔ 4 L. 3 Qv. Hvor meget er det? Svar 144 ℔ 20 Lod.

Nota 1. De, som man i Skolebøgerne pleier at kalde National- og Proportional-Tal, ere egentlig sammensatte Tal; og de, som man pleier at kalde Irrational-Tal, ere usammensatte Tal. Thi egentlig, saa at tale, saa ere de allene Irrational-Tal, af hvilke ingen accurat Radix kan extraheres. Wolfs Lex. Pag. 953.

Nota 2. I en Skolebog at skrive om de fire Specier, nytter intet for Børn, thi de kan ei læse sig til noget. De derfor som ere voxne Personer, og vil lære sig selv at regne, eller skal lære andre, de finde i mit Colleqvio Arithmetico de Grunde, hvorefter de kan lære sig selv og andre.

1866

Om Mynten uden Lagio, udi Guld.

1 Portugalese er 20 Rd.
1 Severin er 6 Rd.
1 Dansk Guld-Krone er 3 Rd.
1 Engelsk Ginues er 5 Rd.
1 dobbelt Ducat er 4 Rd.

1 enkelt Ducat er 2 Rd.
1 Rosonobel er $4\frac{2}{3}$ Rd.
1 Rigs-Gylden er $1\frac{2}{3}$ Rd.
1 Dublon er $3\frac{2}{3}$ Rd.
1 Fransk Guld-Krone er $1\frac{2}{3}$ Rd.

Udi Sølv.

1 Ducaton er $7\frac{1}{2}$ Mk.
1 Rd. er 6 Mk.
1 Sletdaler er 4 Mk.
1 Mk. er 16 ß.
1 ß er 12 ₰.
1 ß er 3 Hvide.
1 Tde. Guld er 100000 Rd.
1 Million er 10 Tdr. Guld.

Naar man tager 4 Stykker i hver Kast, da skal man have til 10 Rd.
120 Kast af 2 ß.
144 Kast af reduc. 2 ß.
60 Kast af 4 ß.
40 Kast af 6 ß.
30 Kast af 8 ß.
24 Kast af 10 ß.

Grov Vægt.

1 Sk℔ er 20 L℔ eller 320 ℔.
1 L℔ er 16 ℔.
1 Centn. er 100 ℔.

I Norge er en Bog 3 Bismer℔, og 1 Bismer℔ er 12 Skaal℔.

Om Alen-Maal.

1 Favn er 3 Alen.
1 Alen er 4 Qvarteer.
1 Qvarteer er 4 Sextendele.

1 Alen er 2 Fod.
1 Fod er 12 Tomme eller Tolle.
1 Tomme er 12 Straae.

Vare eller Gods, som tælles.

1 Læst Øl, Smør, Sild, og andre fede Vare er 12 Tønder, hver til 136 Potter.
1 Tønde er 4 Fjerdinger.
1 Fjerding er 2 Ottinger.
1 Læst Spansk Salt og Steenkul er 18 Tønder, hver til 176 Potter.
1 Læst Fransk Salt og Kalk er 12 Tønder, hver til 144 Potter.
1 Læst Korn-Vare er her regnet for 12 Tønder.
1 Tønde har 8 Skiepper.
1 Skieppe har 4 Fjerdingkar.
1 stort Tusind af Tømmer,

er 10 Hundrede, hver til 6 Snese.
1 ordinair Tusind er 10 Hundrede, hver til 5 Snese.
1 Snees er 20 Stykker.
1 stort Hundrede er 2 Skok.
1 Skok er 3 Snese.
1 Oll Sild eller Æg er 80 Stkr.
1 Zimmer er 4 Degger.
1 Degger er 10 Skind.
1 Gros er 12 Dusin.
1 Dusin er 12.
1 Tylt er 12.
1 Balle Papir er 10 Riis.
1 Riis er 20 Bøger.
1 Bog er 25 Ark.

1866

Regula De-Tri.

Er en Regel af tre bekiendte Tal, ved hvis Hjelp det fierde, som ubekiendt, opsøges. Den forreste og bageste Sætning skal bestaae af det, som er eller kan blive til lige Navn; Spørgsmaalet staaer altid bag udi. Facit skal altid have Navn efter det Mellemste.

Almindelig Regel om den lange Maade.

Efter at for og bag er gjort til lige Navn, multipliceres det Mellemste og Bageste med hinanden; det Udkommende divideres med det Forreste, saa er Qvotienten Facit.

General-Regler,

eller

almindelige Practic-Regler

efter hvilke en Regula De-Tri kan og bør giøres og en Discipel bør lære udenad, og stricte tilholdes at følge.

1) Den forreste Sætning maae altid gjøres til det mindste Navn den selv har, men NB. ingenlunde mindre. See Nr. 51. 76. 86.

2) Alt det, som bag udi har større Navn end for, maae gjøres til lige Navn med for, som No. 26. 41. 61. 71 og flere.

3) Er eller bliver der da kun et eller tvende Ciffer af lige Navn med for, da lad Operationen falde midt under, det er: multiplicer det Mellemste med det Bageste, som Nr. 1. 36. 41 &c.

4) Er der tre eller fire Ciffer bag i af lige Navn med for, da lad Operationen falde bag under, det er: multiplicer det Bageste med ℛ af det Mellemste, og tag ℳ, ß, ₰ i Part, som Nr. 6. 21.

Nota. Er der ingen ℛ da drag strax en Streeg under det Bageste, see No. 11. 16. 26.

5) Den første Part midt udi, regnes og tages mod 1 ℛ og tages ud af det, som bag udi har lige Navn med forreste mindste Navn, som Nr. 6. 11. 26.

Thi ikke altid ovenud, see No. 26. 61.

Regning 1916

5 Øre + 1 Øre	6 Mus ÷ 1 Mus	6 Æg = 5 Æg + ?	2 · 3 Kr.
3 Øre + 3 Øre	6 Mus ÷ 2 Mus	3 Æg = 6 Æg ÷ ?	3 · 2 Kr.
4 Øre + 2 Øre	6 Mus ÷ 4 Mus	6 Æg = 2 Æg + ?	6 Kr. : 3
2 Øre + 4 Øre	6 Mus ÷ 3 Mus	4 Æg = 6 Æg ÷ ?	6 Kr. : 2
1 Øre + 5 Øre	6 Mus ÷ 6 Mus	6 Æg = 3 Æg + ?	6 Kr. : 6

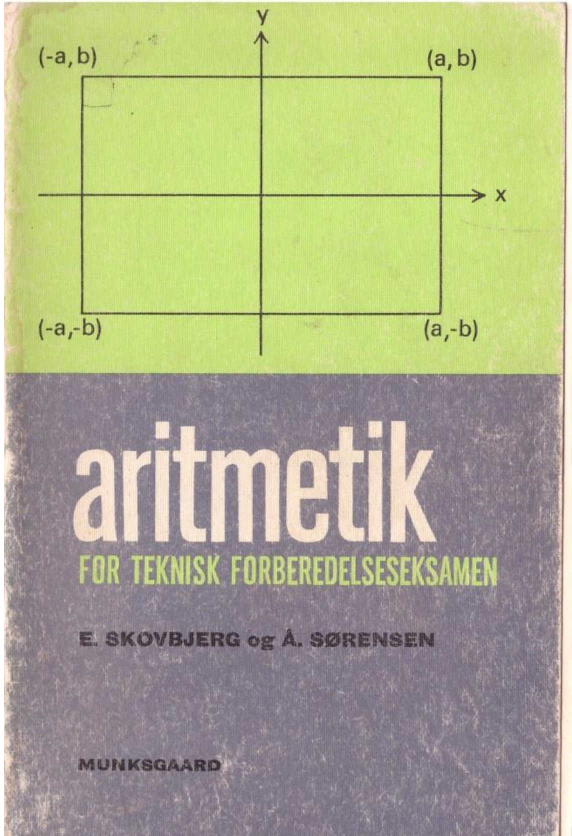
Af *4* + *2* = *6* faas 2 + 4 6 ÷ 2 6 ÷ 4 6 : 4

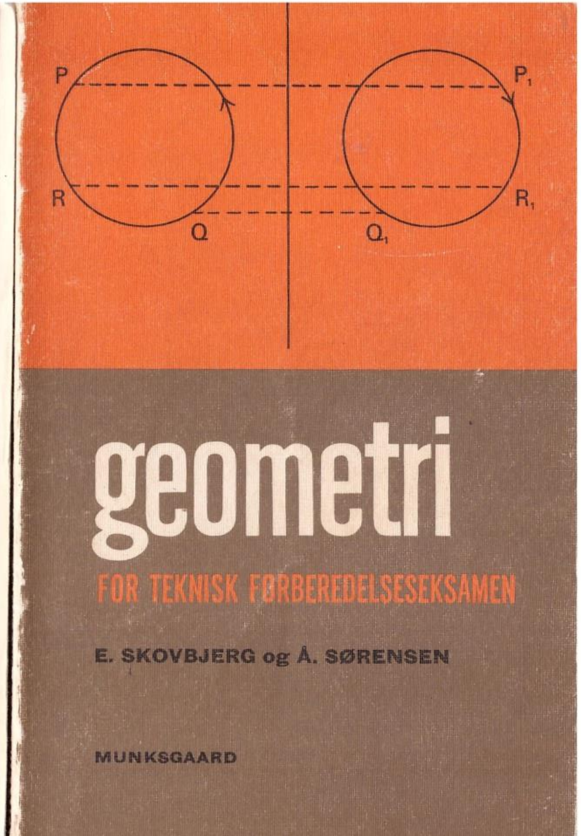
Af *3* + *3* = *6* faas 6 ÷ 3 2 · 3 3 · 2 6 : 3

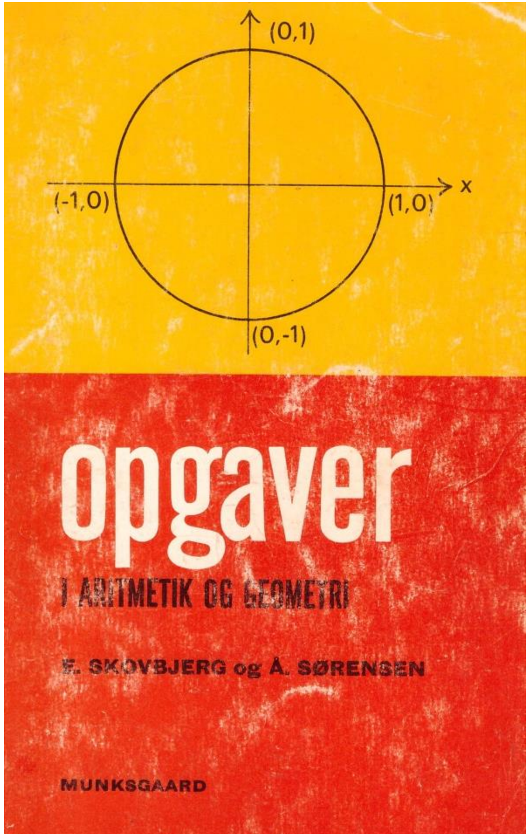
syv ||||||| **7**

Der er 7 Lys i vor Lysestage. Vi tænder dem alle. Hvis du slukker 1 Lys, hvor mange brænder da endnu? Men hvis du havde slukket 2? 3? 4? 5? 6? 7?

Aritmetik og geometri 1916







Der gælder da, at for ethvert $b \in M$ har ligningen

21.14 $$a * x = b$$

netop én løsning.

Beviset: For ethvert element $x \in M$ gælder da, at

$$\begin{aligned} & a * x = b \\ \Rightarrow\; & a' * (a * x) = a' * b && (* \text{ er en komposition}) \\ \Rightarrow\; & (a' * a) * x = a' * b && (\text{den associative lov}) \\ \Rightarrow\; & e * x = a' * b && (a' \text{ er inverst til } a) \\ \Rightarrow\; & x = a' * b && (e \text{ er neutralt element}). \end{aligned}$$

Heraf ses, at hvis ligningen 21.14 har løsninger, er den eneste mulige elementet $a' * b$. At dette element er løsning ses ved prøve. Ved indsætning i venstre side fås

$$\begin{aligned} a * (a' * b) &= (a * a') * b \\ &= e * b \\ &= b\,, \end{aligned}$$

hvoraf ses, at $a' * b$ er løsning.

21.15 Øvelse

Bevis i analogi med 21.13, at med de samme forudsætninger har også ligningen

21.16 $$x * a = b$$

netop én løsning, nemlig elementet $b * a'$.

Heraf ses, at hvis det yderligere forudsættes, at den kommutative lov gælder, da har 21.14 og 21.16 det samme element som løsning.

Af ovenstående betragtninger vedrørende løsning af ligninger af formen $a * x = b$ eller $x * a = b$ ses, at det er afgørende, at elementet a er invertibelt. Hvis alle elementerne i $(M, *)$ er invertible, kan resultaterne almindeliggøres. Dette problem vil blive taget op i 22.

21.17 Øvelse

Lad der i mængden $M = \{1, 2, 3, 4\}$ være fastlagt en komposition $*$ ved nedenstående kompositionstavle (til venstre), og lad der i mængden $P = \{a, b, c, d\}$ være fastlagt en komposition $\square$ ved tavlen til højre.

$*$	1	2	3	4
1	2	4	1	3
2	3	1	2	4
3	4	2	3	1
4	1	3	4	2

$\square$	a	b	c	d
a	b	d	a	c
b	c	a	b	d
c	d	b	c	a
d	a	c	d	b

Ved en sammenligning af de to tavler ses, at hvis vi i den sidste erstatter a med 1, b med 2, c med 3 og d med 4, vil den sidste tavle blive identisk med den første. Der er altså, bortset fra betegnelserne for kompositionerne og for elementerne, ingen forskel på de to organiserede mængder $(M, *)$ og $(P, \square)$.

Man siger, at de to organiserede mængder er *isomorfe*.

22. Gruppebegrebet

I mange tilfælde har det vist sig at have interesse at betragte associativt organiserede mængder, der har et neutralt element, og hvis elementer alle er invertible. Vi indfører derfor følgende

22.1 Definition

En organiseret mængde $(G, *)$ siges at være en gruppe, når og kun når

1) $\forall\, a,b,c \in G\colon\quad a * (b * c) = (a * b) * c$
2) $\exists\, e \in G\colon \forall\, a \in G\colon\quad a * e = e * a = a$
3) $\forall\, a \in G\colon \exists\, a' \in G\colon\quad a * a' = a' * a = e\,.$

1966

Handest m. fl.
Matematik A
HF fællesfag
1969

Matematik 2016

CAS

CAS

CAS

CAS

CAS

Matematik 2066

A

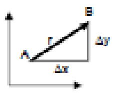
Matematik – naturvidenskaben om Mange

Δ-regning med formelregner *FORmler FORudsiger*

Algebra

$\Delta y = 0$		$y = b$
$\Delta y = a$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = a$ $\frac{\Delta y/y}{\Delta x} = a$ $\frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = a$	$y = b + a*x$ $y = b * a^x$ $y = b * x^a$
$\Delta y = f(x)$	$\frac{dy}{dx} = f(x)$	$y = \int f(x)\,dx$
$\Delta y = ?$		$y = y\ gns \pm 2*\Delta y\ gns$

Geometri



$AB = \binom{\Delta x}{\Delta y} = \binom{x2-x1}{y2-y1}$

$\tan A = \frac{\Delta y}{\Delta x} = a = y'$

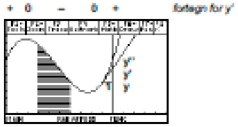
$r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$

$\sin A = \frac{\Delta y}{r}$

$\cos A = \frac{\Delta x}{r}$

Kompendium

- vejen til effektiv læring



$\int_3^6 y\,dx$

Læring formidler viden til hjerner. Et menneske har tre hjerner: en til rutiner, en til følelser og en til mening.

Som naturvidenskab om mange får matematik mening. Og mening giver den lærende lyst til at lære faget ved selv at opbygge rutiner gennem træning.

Matematik forudsiger tals ændring med formler, og består af to hovedområder:

Geometri måler trekanters længder, vinkler og arealer.

Algebra genforener tal med 2x4 regningsarter:

Opsamling:	+	*	^	∫
Opdeling:	−	/	√ & log	d/dx

Kompendiet medtager matematikkens historie og fagets betydning som et forudsigelses-sprog, der skaber grundlag for, at et moderne samfund kan opbygges på baggrund af naturvidenskab om stof i rum og tid.

Kompendiet indeholder en introduktion til matematik-modeller, den kvantitative litteratur.

I kompendiet oplever den lærende hele tiden matematik som forudsigelse, der kan testes ved afprøvning.

Kompendiet anvender formelregneren TI-89.

Kompendier til A, B og C samt projektforslag findes på MATHeCADEMY.net.

Indhold

Matematik forudsiger ... 1
Regningsarter opsamler og opdeler ... 2
Formler, ligninger og kurver ... 3
Konstant vækst: Lineær, eksponentiel, og potens ... 4
Variabel vækst, calculus: Polynomier ... 5
Tal, tabeller og formel-regression ... 6
Differential-ligninger mm ... 7
Koordinat-fri geometri ... 8
Koordinat-geometri ... 9
2D-geometri ... 10
3D-geometri ... 11
Statistik ... 12
Sandsynlighedsregning ... 13
Den kvantitative litteratur: Matematik-modeller ... 14
Algebra og standardopgaver ... 15
Bogstavregning ... 17
Statistikopgaver ... 18
Calculusopgaver ... 19
Polynomopgaver af grad 2 ... 24
Polynomopgaver af grad 3 ... 25
Oversigt over matematik på A-niveau ... 26
Opgavetyper ... 27

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net Version A2016

B

Projekter til Matematik

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net 2014

Indholdsfortegnelse

Spørgsmål til de 17 projekter
01. Projekt Afstandsbestemmelse
02. Projekt Prognoser
03. Projekt Lejemål
04. Projekt Opsparing og Pension
05. Projekt Prisdannelse, Udbud og Efterspørgsel
06. Projekt Indsamling, Lafferkurve
07. Projekt Kursudvikling
08. Projekt Lineær Programmering
09. Projekt Kolindsund
10. Projekt Vinkarton
11. Projekt Kørsel
12. Projekt Newton spiller golf
13. Projekt Spilteori
14. Projekt Statistik
15. Projekt Forskelsvurdering
16. Projekt Hypotesetest
17. Historisk matematik med beviser

C

KerneMatematik

Et kompendium i

KerneMatematik og AppendixMatematik, men uden FodnoteMatematik

Fra MATEMATIK-undervisning

Til MATEMATIK-læring

Dette kompendium er skrevet med henblik på et første halvdel af et kursus i matematik på C-niveau. Først behandles 'kernematematikken': Plus- og gange-vækst, retvinklet trekant og statistik. Så 'appendix-matematikken' potensvækst og ikke retvinklede trekanter. 'Fodnotematematik' som potens- og brøkregning mm er udeladt.

Den anden halvdel kan da bruges til uddybing, træningsopgaver, temaer og projekter.

Et kompendium er et svar på spørgsmålet: 'Hvordan omlægges matematiktimen fra matematikundervisning til matematiklæring?'

Læringsarbejdet udføres af den enkelte, som kan opfattes som en 'senmoderne konstruktivist'.

I senmoderniteten gør informationsteknologien konstruktivisten skeptisk over for traditioner. Faget kan ikke mere hælde viden på, men må tillade konstruktivisten at konstruere sin egen viden gennem arbejdet med autentiske og meningsfulde opgaver.

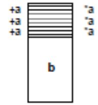
Dvs. konstruktivisten skaber sin egen matematik, ikke ved at læse om matematik, med ved at arbejde med det matematik-skabende. Konstruktivisten udvikler gerne autoriserede rutiner, men autoriseringen skal komme fra laboratoriet, ikke fra biblioteket.

Der er medtaget en side om matematikkens historie for at vise matematikkens kulturelle betydning som et forudsigelses-sprog.

Kompendiet er opbygget, så den lærende oplever matematik som forudsigelser, der bagefter kan testes ved afprøvning. Alle rutineopgaver har facit.

+ VÆKST * VÆKST

$b + a*n = y = b * a^n$



Teori

Matematik forudsiger ... 1
Regningsarter forudsiger ... 2
Ligninger, tilbageregning ... 3
VækstRegning: Lineær, eksponentiel og potentiel ... 4
Tabelopgaver, regression ... 5
Trekanter ... 6
Statistik ... 7
PerTal ... 8
Ikke-retvinklede trekanter ... 9

Opgaver, temaer og projekter

Vækstregningsopgaver ... 10
Prognoseopgaver ... 11
Trekantsopgaver ... 12
Statistikopgaver ... 13
Bogstavregning ... 14
Hjemmeregning ... 15

af Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net, Version 1508

Æbleopgaven 1866

S1: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad koster 8 kg?

S2: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad fås for 54 kr?

Omformes til S2: 30 kr køber 5 kg, hvad køber 54 kr?

<u>Reguladetri</u> (ReglenOmDeTre): Gang og divider, men bagfra

Svar1: (8*30)/5 = 48 kr

Svar2: (54*5)/30 = 9 kg

Æbleopgaven 1916

S1: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad koster 8 kg?

S2: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad fås for 54 kr?

Proportionalitet, gå over enheden:

Svar1: 1 kg koster 30/5 = 6 kr; 8 kg koster 8*6 = 48 kr

Svar2: 1 kr køber 5/30 = 0,167 kg; 54 kr køber 54*0,167 = 9 kg

Æbleopgaven 1966

S1: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad koster 8 kg?
S2: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad fås for 54 kr?

Opstil en lineær funktionsforskrift med definitionsmængde

Funktionsforskrift: f(x) = k*x, definitionsmængde = DM = {x€R I x>0}

Med f(5) = 30 kan k bestemmes af det åbne udsagn (ligningen) 30 = k*5 til k = 6

Med f(x) = 6*x kan x bestemmes af det åbne udsagn (ligningen) 54 = 6*x til x = 9

Æbleopgaven 2016

S1: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad koster 8 kg?

S2: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad fås for 54 kr?

Med CAS udregnes tallene, som alle afleveres

5*30*8 = 1200	5/30*8 = 1.333333
5*30/8 = 18.75	5/30/8 = 0.020833

5*30*54 = 8100	5/30*54 = 9
5*30/54 = 2.778	5/30/54 = 0.00308642

Censor: 50% korrekt, så 7

Omsætningstabel for FP9 maj 2015

Matematisk problemløsning

Karakter	Pointinterval	
-3	0	0
00	1	15
02	15	31
4	31	50
7	50	71
10	71	84
12	84	100

Æbleopgaven 2066

S1: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad koster 8 kg?

S2: 5 kg æbler koster 30 kr, hvad fås for 54 kr?

Æblerne dobbelt-optælles med <u>per-tal</u> 5kg/30kr

Svar1. 8 omtælles i 5ere: 8kg = (8/5)*5 kg = (8/5)*30 kr = 48 kr

Svar2. 54 omtælles i 30ere: 54 kr = (54/30)*30 kr = (54/30)*5 kg = 9 kg

Ligning

1866: Flyt til modsat side med modsat regnetegn

1916: to udtryk, som løses ved over-kors-gangning,
ligning må ikke bruges ved hovedregning

1966: åbent udsagn som ændres ved neutralisering

2016: noget man solver med CAS

2066: tilbageregning, modsat side med modsat tegn

Ligningsløsning

MetaMatisme 1966-2016

	2 + u = 6	Addition har 0 som sit neutrale element, og2 har -2 som sit inverse element
⇕	(2 + u) + (-2) = 6 + (-2)	Adderer 2's inverse element til begge tal-navne
⇕	(u + 2) + (-2) = 4	Bruger den kommutative lov på u + 2, 4 er et kort tal-navn for 6+(-2)
⇕	u + (2 + (-2)) = 4	Bruger den associative lov
⇕	u + 0 = 4	Bruger definitionen af et invers element
⇕	u = 4	Bruger definitionen af et neutralt element. Med dobbeltpile er test overflødig.

MangeMatik 2066

2 + u = 6 = (6-2) + 2	Løst ved at omstakke 6
u = 6-2 = 4	Test: 2 + 4 = 6 OK

2 x u = 6 = (6/2) x 2	Løst ved at omtælle 6
u = 6/2 = 3	Test: 2 x 3 = 6 OK

Brøker

1866: brudne tal

1916: forholdstal

1966: ækvivalensklasser hvor a/b~c/d hvis a*d = b*c

2016: decimaltal

2066: per-tal, dvs. operatorer, som kræver et tal for at give et tal

Brøkers addition

1866: Find fællesnævner

1916: Find fællesnævner

1966: Faktoriser og find mindste fælles fold

2016: Spørg CAS

2066: Med enheder giver per-tal arealer som adderes via integration

Funktion

1866: Et regnestykke med bogstaver i

1916: For eksempel $y = x^2$, uspecificeret $y = f(x)$

1966: Et eksempel på en mængderelation hvor første komponent identitet medfører anden komp. identitet

2016: Noget CAS regner med

2066: En formel med 1ubekendt er en ligning, der kan løses; med 2er en funktion, der kan tabellæges og grafes

Calculus

1866: Analyse

1916: Infinitesimalregning

1966: Operatorer på et funktionsrum

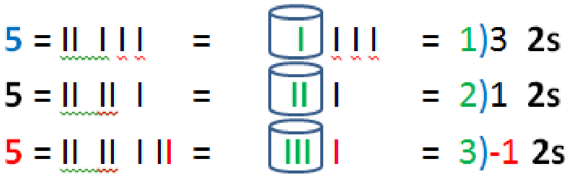
2016: Vi bruger CAS

2066: Per-tal adderet som arealer,
integration før differentiation

MigrantMath

- CupCount & ReCount & DoubleCount
- Multiplication before Addition
- PreSchool Calculus before OnTop Addition

CupCounting 5 Sticks in 2s



3 ways to CupCount: Overload, Normal, Underload

ReCount 7 in **3s**: 7 = 2)1 **3s** = 1)4 **3s** = 3)-2 **3s**

NO, 4x7 is not 28, it is 4 **7s** = 2)8 = 1)18 = 3)-2 **tens**
NO, 30/6 is not 30 divided by 6, it is 3tens recounted in 6s

CupWriting tells **InSide Bundles** from **OutSide 1s**

• **65 + 27**	=	6)5 + 2)7 = 8)12 = 9)2 =	**92**
• **65 – 27**	=	6)5 – 2)7 = 4)-2 = 3)8 =	**38**
• **7x 48**	=	7x 4)8 = 28)56 = 33)6 =	**336**
• **336 /7**	=	33)6 /7 = 28)56 /7 = 4)8 =	**48**

MatheMatics as ManyMath - a Natural Science about Many

MATHeCADEMY.net

MATHeCADEMY.net

CupCount 'fore you **Add**

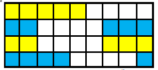
MatheMatics as ManyMath, a Natural Science about **MANY**

Cure **Math Dislike**: Use Children's own 2D Numbers with Units

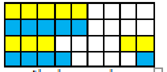
Count In *Icons* In *BundleCups*	T = I I I I = 4 = 4 T = 7 = I I I I I I I = III III I = 2)1 **3s** = 2 **Bundles** & 1 **3s**
ReCount In same Unit In new Unit	**ReBundle** to create Overload & Underload T = 7 = I I I I I I I = 2)1 **3s** = 1)4 **3s** = 3)-2 **3s** T = 2)1 **3s** = 1)3 **4s** = 1)2 **5s** = 3)1 **2s** = 1)1)1 **2s** = 11)1 **2s**
ReCount In Tens From Tens	3 **7s** = ? **tens** Answer: 3x7 = 21 = 2)1 **tens** ? **7s** = 3 **tens** Answer: (30/7)x7 = 4)2 **7s**
DoubleCount in *PerNumbers* in *PerFive, 3/5* in *PerHundred, %*	With 4$ per 5kg, T = 20kg = (20/5) x 5kg = (20/5) x 4$ = 16$ 3 per 5 of 200$ = ?$. 200$ = (200/5) x 5$ gives (200/5) x 3$ = 120$ 70% of 300$ = ?$. 300$ = (300/100) x 100$ gives (300/100) x 70$ = 210$
Calculator Prediction RecountFormula RestackFormula	T = 2 **4s** = ? **5s** = 1)3 **5s** since — 2x4/5 1.some; 2x4 – 1x5 3 T = (T/B) x B = T/B Bs T = (T–B)+B
Add NextTo OnTop	T = 2 3s + 4 5s = 3)2 **8s** *Integration* *PreSchool Calculus* T = 2 3s + 4 5s = 1)1 5s + 4 5s = 5)1 5s *Proportionality*
Reverse Adding Solve Equations *Move to Opposite side & sign*	see table below

OnTop		NextTo
2 x ? = 8 = (8/2) x 2	2 + ? = 8 = (8-2) + 2	T = 2 3s + ? 5s = 3.2 8s
? = 8/2 *Solved by ReCounting*	? = 8-2 *Solved by ReStacking*	? = (3.2 8s – 2 3s)/5 = ΔT/5 *Solved by Differentiation*

T = 7 = 2)1 **3s** on an **Abacus**



Geometry-mode



Algebra-mode

MrAlTarp
YouTube Videos
Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net

MATHeCADEMY.net **FREE** 1day Skype Seminar	*Teaching Teachers to Teach MatheMatics as ManyMath*

To Cure Math Dislike

do not Teach Mathematics

ReInvent Numbers & Algebra & Geometry &

Teach Algebra & Geometry Hand-In-Hand

From TopDown Modern **MetaMatism**

to BottomUp PostModern **ManyMath**

Curriculum Architect

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net

Designed as a VIRUSeCADEMY

to Teach Teachers to Teach MatheMatics as **ManyMath**

- a Natural Science about the physical fact **Many**

September 2016