Fysik-projekter til HF Matematik C

Med brug af formelregner TI-82

Allan.Tarp@MATHeCADEMY.net 2010

Indholdsfortegnelse

1. Projekt bilkørsel

Problemstilling: Hvor langt og hvordan kørte Peter?

En matematisk model:

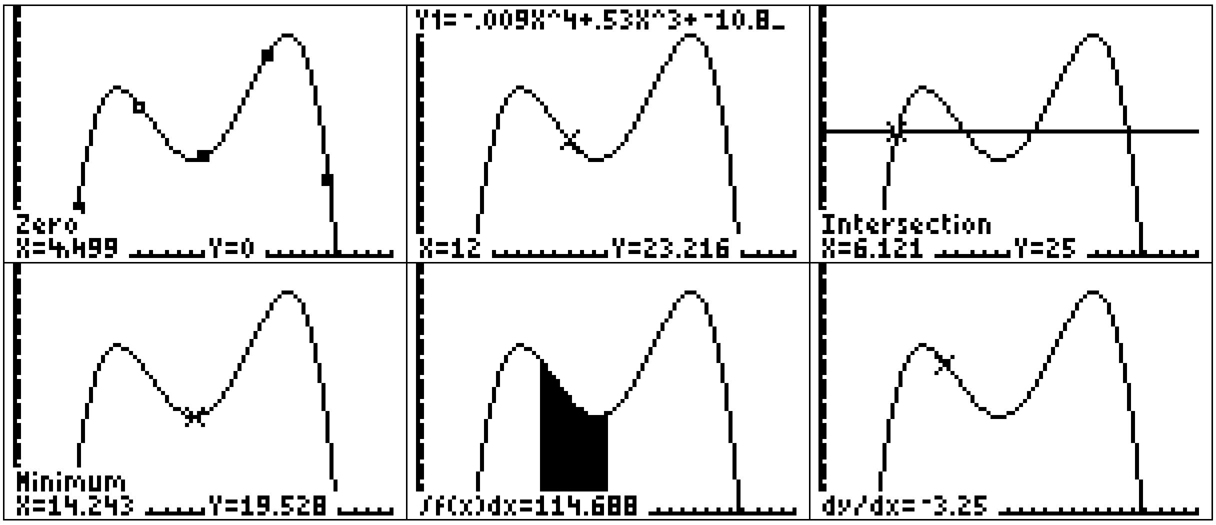
Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
Ved kørsel svarer hastigheden 100 km/t til 100*1000/(60*60) = 27.8 m/s. Under Peters kørsel blev hastigheden målt hvert 5'te sekund til hhv. 10m/s, 30m/s, 20m/s, 40m/s og 15m/s. Hvornår begyndte og sluttede kørslen? Hvad var farten efter 12sekunder? Hvornår var farten 25m/s? Hvornår blev der accelereret? Hvornår blev der bremset? Hvad var den maksimale fart? Hvor mange meter kørtes der I de forskellige 5sekunders intervaller? Hvad var accelerationen i begyndelsen af disse intervaller. Hvor langt kørtes I alt?

2. Opstilling af det matematiske problem
Vi opstiller en tabel over tid x og fart y. Tabellens gyldighedsområde (definitionsmængde) antages at være 0<x<30.

Tid x sek	Fart y m/s
5	10
10	30
15	20
20	40
25	15

3. Løsning af det matematiske problem
På TI-82 indlægges x-tal og y-tal som listerne L1 og L2. Med 5 talpar vælges kvartisk regression (et 4.grads polynomium med en 3-dobbelt parabel), der giver formlen y = -0.009x^4 + 0.53x^3 - 10.875x^2 + 91.25x - 235, som indlægges som y1. Herefter besvares de stillede spørgsmål ved brug af ligningsskemaer og grafisk aflæsning.
Start- og sluttidspunkt findes med 'Calc Zero'. Y-tal bestemmes med 'Trace'. X-tal bestemmes med 'Calc Intersection'. Maximum og minimum med 'Calc Maximum/Minimum'. Det samlede meter-tal fås ved at opsummere m/s*s = ∫y1dx. Acceleration fås som stejlhed med 'Calc dy/dx'.



y = ?	y = y1
x=12	y = y1(12) = 3.667
Test	Grafisk aflæsning med Trace x = 12 giver y = 23.216

x = ?	y = y1
y = 25	Math solver 0 = y1 - 25 giver x =6.12 og …
Test1	y1(3) = 6, y1(8)= 6
Test2	Grafisk aflæsning med y2=25 giver x = 6.12, 11.44, 16.86 og 24.47 (Calc intersection)

ymax=?	y = y1
	Calc maximum Giver y = 7.042 ved x = 5.5
Test	dy/dx = 0 ved x = 5.5

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Kørslen begyndte efter 4.50 sek og sluttede efter 25.62 sek. Efter 12sekunder var farten 23.2 m/s. Farten var 25m/s efter 6.12 sek, 11.44 sek, 16.86 sek og 24.47 sek. Der blev accelereret i tids-intervallerne (4.50; 8.19) og (14.24; 21.74). Der blev bremset i tids-intervallerne (8.19;14.24) og (21.74;25.62). Max-fart var 44.28 m/s = 159 km/t. efter 21.7 sek. I de forskellige tids-intervaller (5;10), (10;15), (15;20) og (20;25) kørtes der hhv. 142.8 m, 114.7 m, 142.8 m og 189.7 m. Accelerationen i begyndelsen af disse intervaller var hhv. 17.75, -3.25, 1.25, 4.25, -21.25 m/s^2. I alt kørtes der 597.4 m.

2. Projekt billardkugler

Problemstilling: Hvor hurtigt bevæger to kugler sig efter sammenstød?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
En kugle med vægten M kg og hastighed v støder ind i en hvilende kugle med vægten m kg. Efter sammenstødet har de to kugler hastighederne w og u.
Under et stød bevares både bevægelsens energi E = ½*m*v^2 og bevægelsens mængde P = m*v.
Hvad er kuglernes hastigheder efter sammenstødet?

2. Opstilling af det matematiske problem
Vi skal løse de to ligninger, som fremkommer ved at bevægelsen bevares både som energi og som mængde.

3. Løsning af det matematiske problem

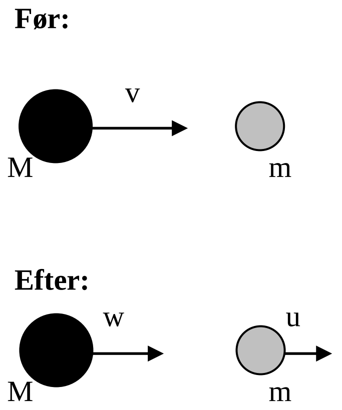
u = ?	P-før = P-efter
M = 20	M*v = M*w + m*u
v = 30	20*30 = 20*w+10*u
m = 10	(600-20*w)/10 = u
	60-2*w = u
	u = 60 – 2*10 = 40

w=?	E-før = E-efter
M = 20	½*M*v^2 = ½*M*w^2 + ½*m*u^2
v = 30	½*20*30^2 = ½*20*w^2 + ½*10*(60-2*w)^2
m = 10	Y1 = Y2
	Calc Intersect giver x = 10 (og x = 30)
	Dvs. w=10 (w=30 er forbiløb, ej sammenstød)

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Efter sammenstødet har M hastigheden 10 m/s, medens m har hastigheden 40 m/s.

5. Rutineopgaver

	M	m	v		w	u
1	22,0	12,0	28,0		8,24	36,2
2	27,7	10,9	40,1		17,4	57,5
3	21,4	10,8	37,5		12,2	49,7
4	26,4	13,9	37,2		11,6	48,8
5	24,0	10,5	43,4		16,9	60,3
6	24,1	12,4	33,5		10,7	44,2
7	26,1	10,7	33,8		14,1	47,9
8	20,9	13,4	40,9		8,8	49,7
9	22,8	11,0	42,9		15,0	57,9
10	20,8	12,2	43,7		11,4	55,0
11	12,4	27,3	36,7		-13,8	23,0
12	11,3	27,8	42,8		-18,0	24,7
13	14,1	22,0	31,5		-6,9	24,6
14	14,8	24,7	39,6		-9,9	29,8
15	13,7	28,9	37,2		-13,3	23,9
16	14,0	24,7	37,2		-10,2	27,0
17	14,4	20,1	34,1		-5,6	28,5
18	14,8	23,2	30,1		-6,7	23,4
19	10,5	20,1	42,6		-13,3	29,3
20	11,5	28,0	30,3		-12,7	17,6



3. Projekt frit fald

Problemstilling: Hvordan vokser hastigheden i et fald?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
En sten med massen m kg i højden h meter har en potentiel energi på EP = mgh, g = 9.82m/s^2 er tyngdeacc.
En sten med massen m kg med hastighed v meter/sekund har en kinetisk energi på EK = ½mv^2.
Tab i EP = tilvækst i EK: mg(h1 – h2) = ½m(v2^2 – v1^2), eller 2g (h1 – h2) = v2^2 – v1^2.
Først var stenen i højden h1 meter med hastigheden v1 m/s.
Så var stenen i højden h2 meter med hastigheden v2 m/s

2. Opstilling af det matematiske problem
Vi opstiller et formelskema som indeholder formlen og de kendte tal.

v2 = ?	2g(h1 – h2) = v2^2 – v1^2
h1 = 30	
h2 = 12	
v1 = 15	
g = 9.82	

3. Løsning af det matematiske problem
Vi indsætter de kendte tal i formlen og indtaster venstre og højre side som Y1 og y2 på TI-82. Herefter løses ligningen med Math Solver 0 = Y1 – Y2.

v2 = ?	2g(h1 – h2) = v2^2 – v1^2
h1 = 30.2	2*9.82*(30.2 – 12.5) = x^2 – 15.7^2
h2 = 12.5	Math Solver 0 = Y1 – Y2 giver
v1 = 15.7	x = 24.1
g = 9.82	v2 = 24.4 m/s

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
I højden 12 meter var stenens hastighed vokset fra 15.7 m/s til 24.4 m/s.

5. Rutineopgaver

Opgaver	h1	h2	v1	v2	g		**Svar**
1	30,2	12,5	15,7		9,82		24,4
2	40,8	18,3	18,5		9,82		28,0
3	34,4	17,3	21,3		9,82		28,1
4	44,9	17,2	20,5		9,82		31,1
5	33,2	13,8		25,4	9,82		16,3
6	37,9	16,1		26,2	9,82		16,1
7	41,1	17,9		29,0	9,82		19,6
8	35,1	18,6		25,1	9,82		17,5
9	34,6		21,6	29,7	9,82		13,5
10	38,4		17,4	28,2	9,82		13,5
11	45,2		23,2	33,3	9,82		16,2
12	43,7		17,0	29,1	9,82		15,2
13		17,5	21,2	31,3	9,82		44,4
14		16,8	16,7	24,9	9,82		34,2
15		13,5	17,1	25,0	9,82		30,5
16		13,5	22,0	31,2	9,82		38,6
17	30,9	17,5	17,6	24,0			6,23
18	39,2	12,6	16,1	27,9			4,25
19	37,8	17,0	22,0	29,9			7,56
20	41,6	15,2	17,5	28,7			5,23

4. Projekt karrusel

Problemstilling: Hvor hurtigt skal en lodret karrusel snurre for at folk ikke falder ned?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
En cirkel med radius r drejer rundt med vinkelhastigheden w. En genstand på cirklen vil da have hastigheden v = π/180*r*w, og accelerationen a = v^2/r. En ting som falder af karrusellen i toppunktet h vil flyve mod jorden med formlen y = -g/(2*v^2)*x^2 + h. 100km/t = 100*1000/(60*60) m/s = 27.8 m/s
Hvilken rotationshastighed forhindrer folk i at falde ned, dvs. ophæver tyngdeaccelerationen g = 9.82m/s^2?
Hvor rammes jorden af en genstand, som falder af karrusellen i toppunktet? Karrusellen er løftet 1 m.

2. Opstilling af det matematiske problem
Vi skal løse de tre ligninger, som fremkommer ved at sætte accelerationen lig med tyngdeaccelerationen.

3. Løsning af det matematiske problem

v =?	a = v^2/r
a=9.82	9.82= v^2/12.5
r=12.5	Y1=Y2
	MathSolver
	0 = Y1 – Y2
	giver x=11.1

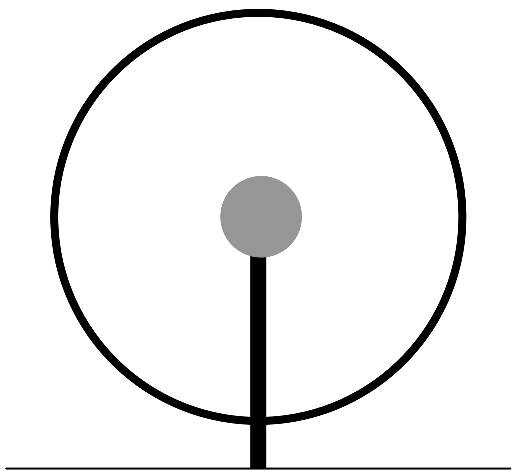
w =?	v = π/180*r*w
v=11.1	11.1=π/180*12.5*w
r=12.5	Y1=Y2
	MathSolver
	0 = Y1 – Y2
	giver x=50.9

x =?	y = -g/(2*v^2)*x^2 + h
y=0	0= -9.82/(2*11.1^2)*x^2 + 26
g=9.82	Y1=Y2
v=11.1	MathSolver
h=2r+1	0 = Y1 – Y2
=26	giver x=25.5

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Rotationshastigheden skal være 50.9 grader pr. sekund. Hastigheden vil være 11.1 m/s = 11.1/27.8*100 km/t = 40 km/t. Genstanden når ud i afstanden 25.5 meter.

5. Rutineopgaver

	r		v	w	x
1	12,5		11,1	50,8	25,5
2	16,4		12,7	44,3	33,3
3	17,4		13,1	43,0	35,3
4	12,5		11,1	50,7	25,6
5	14,2		11,8	47,6	28,9
6	18,3		13,4	42,0	37,1
7	16,0		12,5	44,9	32,5
8	16,3		12,7	44,4	33,2
9	15,5		12,3	45,6	31,5
10	17,3		13,0	43,2	35,0
11	13,3		11,4	49,3	27,1
12	16,8		12,9	43,8	34,1
13	14,7		12,0	46,8	29,9
14	14,6		12,0	47,0	29,7
15	18,2		13,4	42,1	36,8
16	13,2		11,4	49,3	27,0
17	16,1		12,6	44,7	32,7
18	17,6		13,2	42,8	35,7
19	15,3		12,3	45,9	31,2
20	13,8		11,7	48,3	28,2



5. Projekt lampers energiforsyning

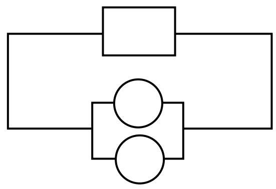
Problemstilling: Hvor meget energi skal leveres til to lamper?

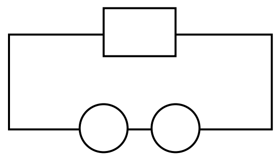
En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden

To lamper L1 og L2 på hhv. P = 20w og 10w (joule/sekund) skal forsynes med Joule leveret af en ladningsstrøm I (ladning/sekund) opladet i et batteri med U = 4.5 volt (joule/ladning). Hvor mange Watt modtager lamperne, hvis de er forbundet parallelt hhv. serielt.





2. Opstilling af det matematiske problem

I et elektrisk kredsløb gælder formlerne P = U*I og U = R*I, dvs. P = U^2/R = R*I^2. Ladnings-strømmen I (joule/sekund) er bestemt af apparatets modstand R. I serie er R = R1 + R2. Parallelt er 1/R = 1/R1 + 1/R2.

3. Løsning af det matematiske problem

Først bestemmes lampernes modstand R1 og R2. Så bestemmes lamperne samlede modstand R. Så bestemmes ladnings-strømmen I. Endelig bestemmes energileverancen eller effekten P

R1 = ?	P = U^2/R	R = ?	1/R = 1/R1+1/R2	R = ?	R = R1+R2	I = ?	U = R*I
P = 20	20 = 4.5^2/R	R1= 1.01	1/R=1/1.01+1/2.03	R1=1.01	R = 1.01+2.03	U = 4.5	4.5 = 1.01*I
U = 4.5	R = 4.5^2/20	R2= 2.03	Y1 = Y2	R2=2.03	R = 3.04	R= 0.674	4.5/1.01 = I
	R1 = 1.01		Math Solver giver			(R = 3.04)	I = 6.68
Tilsv.	R2 = 2.03		R = 0.674			Tilsv.	I = 1.48

4. Løsning af problemet fra virkeligheden

Parallelt leveres P = U*I = 4.5*6.68 = 30W (100%). Serielt leveres 4.5*1.48 = 6.66W, hvoraf L1 modtager P = R*I^2 = 1.01*1.48^2 = 2.21 watt (ca. 1/10), og L2 modtager P = R*I^2 = 2.03*1.48^2 = 4.45 watt (ca. ½).

5. Rutineopgaver

	P1	P2	U		r1	r2	R par	R ser	I par	I ser	E par	E ser 1	E ser 2
1	20,00	10,00	4,50		1,01	2,03	0,68	3,04	6,67	1,48	30,00	2,22	4,44
2	12,20	13,72	4,53		1,68	1,49	0,79	3,18	5,72	1,43	25,92	3,42	3,04
3	28,30	8,00	3,50		0,43	1,53	0,34	1,96	10,37	1,78	36,31	1,38	4,86
4	12,70	10,91	4,07		1,30	1,52	0,70	2,82	5,80	1,44	23,61	2,71	3,16
5	11,72	6,74	4,93		2,07	3,60	1,31	5,67	3,75	0,87	18,46	1,56	2,72
6	27,15	7,54	2,90		0,31	1,11	0,24	1,42	11,98	2,04	34,69	1,28	4,62
7	10,55	5,53	6,16		3,59	6,86	2,36	10,45	2,61	0,59	16,08	1,25	2,38
8	10,07	6,36	4,64		2,14	3,39	1,31	5,53	3,54	0,84	16,43	1,51	2,39
9	11,02	6,76	4,88		2,16	3,52	1,34	5,68	3,65	0,86	17,78	1,59	2,60
10	18,81	14,31	3,44		0,63	0,83	0,36	1,46	9,62	2,36	33,12	3,51	4,62
11	22,30	9,40	3,26		0,48	1,13	0,33	1,60	9,74	2,03	31,71	1,96	4,65
12	21,48	12,36	6,06		1,71	2,97	1,09	4,68	5,58	1,29	33,84	2,87	4,98
13	29,02	7,92	6,60		1,50	5,50	1,18	7,01	5,59	0,94	36,93	1,33	4,89
14	16,03	12,66	5,61		1,97	2,49	1,10	4,45	5,11	1,26	28,69	3,12	3,95
15	16,92	13,76	5,87		2,04	2,50	1,12	4,54	5,23	1,29	30,68	3,40	4,18
16	18,67	5,48	6,74		2,43	8,28	1,88	10,72	3,58	0,63	24,15	0,96	3,28
17	29,26	12,14	4,81		0,79	1,91	0,56	2,70	8,60	1,78	41,40	2,52	6,06
18	22,21	11,16	4,25		0,81	1,62	0,54	2,44	7,84	1,75	33,37	2,48	4,94
19	22,52	5,57	6,31		1,77	7,15	1,42	8,92	4,45	0,71	28,09	0,89	3,58
20	13,93	6,82	4,06		1,18	2,41	0,79	3,59	5,11	1,13	20,74	1,50	3,07

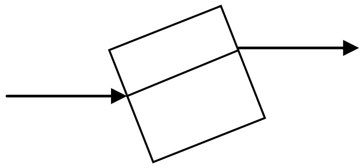
6. Projekt lysbrydning

Problemstilling: Hvor meget løftes en lysstråle af en glasterning?

En matematisk model:

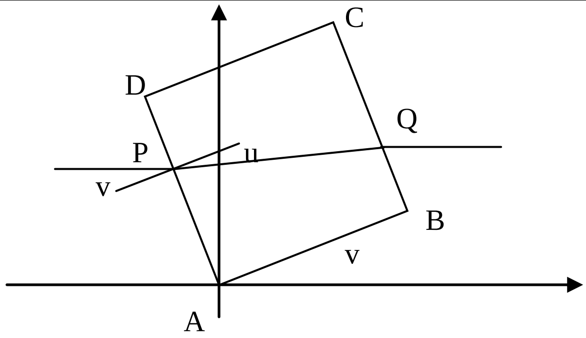
Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
En vandret lyststråle passerer gennem en 5 cm lang glasterning.
Drejes glasterningen, vil lysstrålen løftes, men hvor meget?



2. Opstilling af det matematiske problem

Vi indlægger et koordinatsystem.
Punktet A får koordinaterne (0,0)
Linien AB drejes 10 grader
Punktet B får koordinaterne (5cos10, 5sin10)
Linien AB har hældningen tan10
Linien AD har hældningen tan80
Linien AB har ligningen y-0 = tan10(x-0)
Linien AD har ligningen y-0 = -tan80(x-0)
Linien BC har ligningen y-5sin10 = -tan80(x-5cos10)
Den indkomne lysstråle har ligningen y = 3



3. Løsning af det matematiske problem
Den indkomne lysstråle rammer terningen i punktet P.
P's koordinater bestemmes som skæringspunkt mellem linierne y = 3 og y = -tan80(x) til (x,y) = (-0.529,3).
Brydningsvinklen u beregnes af brydningsligningen sin10/sinu = 1.5 = brydningtal for glas.
Dette giver sinu= 0.116, u = sin-1(0.116) = 6.66. Dvs. linien PQ er drejet 10-6.66 = 3.34 grader fra vandret.
Linien PQ har derfor ligningen y-3 = tan3.44(x-(-0.529)), Dvs. y = 0.0584x +0.031 +3 = 0.0584x + 3.031.
Den udgående lysstråle forlader terningen i punktet Q.
Q's koordinater bestemmes som skæringspunkt mellem linierne PQ og BC:
y = 5sin10 -tan80(x-5cos10) og y = 0.0584x + 3.031 skæres i (x,y) = (4.496,3.293)

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Drejes glasterningen 10 garder fra vandret løftes lysstrålen 3.293 – 3 = 0.293 cm.

5. Rutineopgaver

	v		Bx	By	AB	AD	Px	u	PQ	Qx	Qy	Hævet
1	4		4,99	0,35	y = 0,07x	y = -14,286x	-0,21	2,67	y = 0,023x + 3	4,79	3,11	0,11
2	8		4,95	0,7	y = 0,141x	y = -7,092x	-0,42	5,32	y = 0,047x + 3,02	4,59	3,23	0,23
3	12		4,89	1,04	y = 0,213x	y = -4,695x	-0,64	7,97	y = 0,071x + 3,05	4,4	3,36	0,36
4	16		4,81	1,38	y = 0,287x	y = -3,484x	-0,86	10,59	y = 0,095x + 3,08	4,2	3,48	0,48
5	20		4,7	1,71	y = 0,364x	y = -2,747x	-1,09	13,18	y = 0,12x + 3,13	4,01	3,61	0,61
6	24		4,57	2,03	y = 0,445x	y = -2,247x	-1,34	15,73	y = 0,145x + 3,19	3,81	3,74	0,74
7	28		4,41	2,35	y = 0,532x	y = -1,88x	-1,6	18,24	y = 0,172x + 3,27	3,6	3,89	0,89
8	32		4,24	2,65	y = 0,625x	y = -1,6x	-1,88	20,69	y = 0,2x + 3,38	3,36	4,05	1,05
9	36		4,05	2,94	y = 0,727x	y = -1,376x	-2,18	23,07	y = 0,23x + 3,5	3,12	4,22	1,22

7. Projekt pendul

Problemstilling: Hvor hurtigt svinger et pendul?

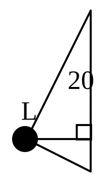
En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

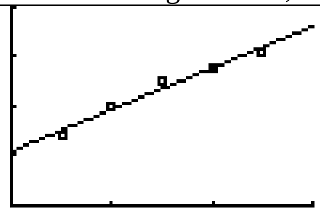
1. Problemet fra virkeligheden
Et matematisk pendul med snorelængde L slippes 20 grader ude. Hvad er svingningstiden?
Hvilken snorelængde giver en bestemt svingningstid? Hvad er pendulets maksimale svingningshastighed?

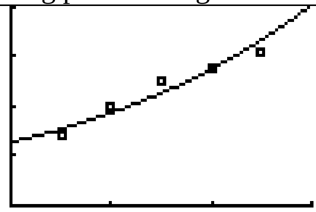
2. Opstilling af det matematiske problem
En formel for svingningstid opstilles ud fra en tabel med værdier af snorelængde og svingningstid.
En formel for hastighed opstilles.
Sammenhængen mellem faldhøjde h og hastighed v er v^2 = 2*g*h

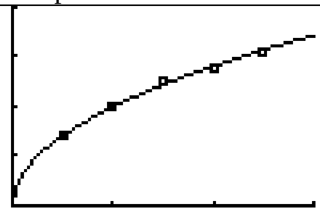
L	T
0,5	1,4
1	2
1,5	2,5
2	2,8
2,5	3,1



3. Løsning af det matematiske problem
Ud fra tabellen afgør lineær, eksponentiel og potentiel regression hvilken formel passer bedst


Lineær regression


Eksponentiel regression


Potens regr. T = 2*L^0.5 = 2*√L

T = ?	T = 2*L^0.5	L = ?	T = 2*L^0.5	v = ?	v^2 = 2*g*h
L = 1.2	T = 2*1.2^0.5	T = 3.0	3 = 2*L^0.5	g = 9.82	v^2 = 2*9.82*(L - L*cosx)) =
	T = 2.18		C. Inters. 2.28	L = 1.2	v = √(2*9.82*(1.2 - 1.2*cos20))
				x = 20	v = 1.19

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Svingningstiden er 2.18 sekunder. Snorelængden skal være 2.28 meter. Den maksimale hastighed 1.19 m/s.

5. Rutineopgaver

	(x1,y1)	(x2,y2)	(x3,y3)	(x4,y4)	formel	L	T	vinkel		Svar formel	L	T	Maks hast.
1	(1,21;2,2)	(1,57;2,50)	(2,04;2,86)	(2,65;3,26)	y = ?	1,20		20,3		y = 2*√L		2,19	1,21
2	(1,21;2,20)	(2,34;3,06)	(2,83;3,36)	(3,85;3,92)	y = ?	0,86		19,1		y = 2*√L		1,85	0,96
3	(1,29;2,27)	(1,95;2,79)	(2,71;3,29)	(3,24;3,60)	y = ?	0,64		19,8		y = 2*√L		1,59	0,86
4	(1,41;2,37)	(1,83;2,70)	(2,88;3,39)	(3,22;3,59)	y = ?		2,05	13,3		y = 2*√L	1,05		0,75
5	(1,23;2,21)	(2,11;2,90)	(2,47;3,14)	(2,85;3,37)	y = ?		2,46	24,3		y = 2*√L	1,52		1,62
6	(1,38;2,35)	(2,25;3,00)	(2,19;2,96)	(2,81;3,35)	y = ?		2,53	25,2		y = 2*√L	1,60		1,73
7	(1,44;2,40)	(1,73;2,63)	(2,81;3,35)	(3,46;3,72)	y = ?	1,02		18,7		y = 2*√L		2,02	1,03
8	(1,29;2,27)	(1,84;2,71)	(3,03;3,48)	(2,88;3,39)	y = ?	1,52		21,7		y = 2*√L		2,47	1,45
9	(1,45;2,40)	(2,03;2,85)	(2,58;3,21)	(3,14;3,54)	y = ?	0,62		12,7		y = 2*√L		1,58	0,55
10	(1,37;2,34)	(2,11;2,90)	(2,41;3,11)	(3,02;3,47)	y = ?		2,32	26,2		y = 2*√L	1,34		1,65
11	(1,24;2,23)	(2,05;2,86)	(2,59;3,22)	(2,82;3,36)	y = ?		2,33	25,0		y = 2*√L	1,36		1,58
12	(1,24;2,23)	(2,13;2,92)	(2,40;3,09)	(3,11;3,53)	y = ?		2,66	19,2		y = 2*√L	1,77		1,39
13	(1,22;2,21)	(1,92;2,77)	(2,31;3,04)	(3,74;3,87)	y = ?	1,10		22,9		y = 2*√L		2,10	1,31
14	(1,42;2,39)	(1,69;2,60)	(2,06;2,87)	(3,89;3,94)	y = ?	0,86		13,3		y = 2*√L		1,86	0,67
15	(1,27;2,25)	(2,05;2,86)	(2,12;2,91)	(3,88;3,94)	y = ?	0,97		13,6		y = 2*√L		1,97	0,73
16	(1,35;2,32)	(2,34;3,06)	(2,89;3,40)	(3,86;3,93)	y = ?		2,55	21,3		y = 2*√L	1,63		1,48
17	(1,40;2,37)	(1,87;2,73)	(2,71;3,29)	(2,74;3,31)	y = ?		1,86	12,2		y = 2*√L	0,87		0,62
18	(1,31;2,29)	(1,91;2,76)	(2,96;3,44)	(2,68;3,27)	y = ?		2,45	19,9		y = 2*√L	1,50		1,33

8. Projekt skrått kast

Problemstilling: Hvordan findes toppunkt og nedslag ved et skrått kast?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
En genstand i højden h meter kastes med hastighed v meter/sekund i vinklen a med vandret.
Genstanden kan være en kanonkugle eller en skihopper.
Da tyngdekraften kun virker lodret, vil den vandrette bevægelse have konstant hastighed x = v*cos(a)*t
Da tyngdekraften g virker lodret, vil den lodrette bevægelse være konstant accelereret
y = -g/2*t^2 + v*sin(a)*t + h
Hvor topper genstanden og hvor rammer den jorden?

2. Opstilling af det matematiske problem
De to bevægelser kan sammensættes til en banekurve: y = -g/(2*v^2)*(1+tan(a)^2)*x^2 + tan(a)*x + h

3. Løsning af det matematiske problem
Vi indsætter de kendte tal i formlen og indtaster formlen som Y1 på TI-82.
Herefter løses problemerne med Calc Maximum og Calc Zero

v2 = ?	y = -g/(2*v^2)*(1+tan(a)^2)*x^2 + tan(a)*x + h
g = 9.82	y = -9.82/(2*12.9^2)*(1+tan(32.7)^2)*x^2 +
v = 12.9	tan(32.7)*x + 14.6
a = 32.7	Calc Zero giver x = 27.9
h = 14.6	Calc Maximum giver
	x = 7.7 og y = 17.1

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Genstanden rammer jorden i afstanden 27.9 meter
Genstanden når op i højden 17.1 meter i afstanden 7.7 meter

5. Rutineopgaver

	a	v	h	g		Nedslag	Top x	Top y
1	30,2	12,5	14,3	9,8		26,6	6,92	16,3
2	56,5	12,8	17,5	9,8		23,1	7,68	23,3
3	46,3	14,0	21,7	9,8		32,7	10,0	26,9
4	60,0	13,1	20,8	9,8		23,0	7,57	27,4
5	31,9	20,8	28,0	9,8		66,4	19,8	34,1
6	46,3	14,9	15,2	9,8		32,7	11,3	21,2
7	56,5	14,9	18,0	9,8		29,2	10,4	25,8
8	30,8	12,7	21,6	9,8		31,1	7,17	23,7
9	57,0	24,8	14,9	9,8		65,5	28,6	36,9
10	37,9	19,6	14,7	9,8		51,7	19,0	22,1
11	57,0	17,1	14,4	9,8		34,5	13,6	24,8
12	45,1	24,5	15,3	9,8		73,9	30,6	30,7
13	33,3	13,8	17,7	9,8		32,6	8,92	20,6
14	54,4	20,2	22,3	9,8		51,5	19,7	36,0
15	56,5	19,0	24,0	9,8		45,7	16,9	36,7
16	32,4	14,8	14,5	9,8		33,9	10,1	17,7
17	44,9	19,4	28,3	6,2		81,3	30,1	43,4
18	31,9	22,5	24,8	4,3		138	53,5	41,5
19	34,2	24,7	18,2	7,6		96,2	37,6	30,9
20	56,3	24,0	14,8	5,2		110	50,7	52,8

9. Projekt spildt whisky med isterninger

Problemstilling: Hvor meget energi kræver det at tørre en plet med spildt whisky?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
Tre isterninger (0.09 kg) lægges i et glas med 0.55 kg vand, hvori hældes 0.12 kg lunken whisky. Desværre spildes halvdelen på en skjorte, som tørres ved at vand og whisky fordampes. Hvor mange Joule koster det?

2. Opstilling af det matematiske problem
Først opvarmes isen fra –20 til 0 grader. Så smeltes isen. Energien leveres af vandet, der afkøles. Iblandes lunken whisky vil der opstå en gennemsnitstemperatur. Den spildte whisky opvarmes til kogepunktet og fordampes. Den spildte whisky opvarmes til kogepunktet og fordampes. Vandet er 20 grader, whiskyen 40. Opvarmning af isklumper fra -20grader til 0grader følger formlen E = c*m*(t2-t1). Temperaturændring af væske følger samme formel. Smeltning af is og fordampning af vand og alkohol følger formelen E = c*m.

3. Løsning af det matematiske problem
0.09kg is fra -20 til 0 grader (pris 2.1kJ/kg/grad): E = c*m*(t2-t1) = 2.1*0.09*(0-(-20)) = 3.8kJ
0.09kg is smeltet (pris 334kJ/kg): E = c*m = 334*0.09 = 30kJ
0.09kg smeltet is fra 0 til x grader (pris 4.2kJ/kg/grad): E = c*m*(t2-t1) = 4.2*0.09*(x-0) = 0.38*x kJ
0.55kg vand afkølet fra 20 til x grad (pris 4.2kJ/kg/grad): E = c*m*(t2-t1) = 4.2*0.55*(20-x) kJ = Y2
MathSolver 0 = 3.8+30+0.38*x - Y2 giver x = 4.6
(0.55+0.09)kg vand ved 4.6grader + 0.12kg whisky ved 40grader giver fællestemperatur x:
Math Solver 0 = (4.2*0.64*(x-4.6)) – (2.45*0.12*(40-x)) giver 8.1grad (Whisky varmefylde 2.45kJ/kg/grad)
0.64/2 kg vand fra 8.1 til 100grader (pris 4.2kJ/kg/grad): E = c*m*(t2-t1) = 4.2*0.32*(100-8.1) = 124 kJ
0.64/2 kg vand fordampet (pris 2260kJ/kg): E = c*m = 2260*0.32 = 723kJ
0.12/2 kg whisky fra 8.1 til 78grader (pris 2.45kJ/kg/grad): E = c*m*(t2-t1) = 2.45*0.06*(78-8.1) = 10.3 kJ
0.12/2 kg whisky fordampet (pris 850kJ/kg): E = c*m = 850*0.06 = 51kJ

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Til at fordampe det spildte vand og whisky kræves (124+723)kJ + (10.3+51)kJ = 847kJ+61.3kJ = 908kJ

5. Rutineopgaver

	kg-tal			start-temperatur				fælles-temp		tørring				
	is	vand	whisky	is	vand	whisky	opv. is	smelte is	is+ vand	vand+ whisky	opv. vand	fordamp vand	opv. whisky	fordamp whisky
1	0,09	0,55	0,12	-20,0	20,0	40,0	3,78	30,1	4,60	8,09	123,5	723,2	10,3	51,0
2	0,10	0,52	0,16	-12,5	15,1	51,7	2,53	32,1	-0,69	6,14	120,8	692,8	13,9	67,0
3	0,11	0,78	0,15	-24,0	29,4	45,3	5,69	37,7	14,17	16,94	156,0	1010,3	11,2	63,5
4	0,13	0,29	0,12	-24,2	25,8	34,4	6,83	44,8	-11,05	-4,46	93,9	483,7	12,6	52,8
5	0,11	0,35	0,15	-26,9	22,8	23,2	6,06	35,8	-4,19	0,06	96,4	519,2	13,9	61,7
6	0,11	0,34	0,08	-29,7	28,6	43,4	6,72	35,9	-0,70	3,49	91,5	510,4	7,4	34,6
7	0,09	0,68	0,11	-20,8	11,7	39,7	4,05	31,0	-0,43	2,56	159,0	878,1	9,9	45,6
8	0,08	0,62	0,14	-24,6	14,0	53,4	4,04	26,2	2,13	7,56	136,0	791,8	12,3	60,5
9	0,12	0,75	0,18	-15,5	16,1	26,0	3,81	39,2	2,19	4,75	174,0	982,9	16,1	76,2
10	0,05	0,72	0,10	-17,2	12,8	49,6	1,84	17,0	6,12	9,27	147,0	871,8	8,7	43,9
11	0,12	0,50	0,14	-28,8	14,9	27,5	7,38	40,8	-6,52	-2,58	133,5	700,5	13,8	59,3
12	0,07	0,71	0,08	-29,7	14,1	33,5	4,10	21,9	4,94	6,51	152,6	878,4	6,8	33,1
13	0,05	0,70	0,09	-23,9	11,3	29,3	2,40	15,9	4,75	6,41	146,2	840,8	8,1	39,3
14	0,08	0,65	0,17	-16,8	27,8	33,3	2,75	26,1	15,27	17,44	125,5	817,7	12,7	72,5
15	0,11	0,60	0,17	-15,4	15,7	29,3	3,39	35,1	0,40	4,01	142,2	797,3	15,6	73,2
16	0,13	0,53	0,18	-22,0	26,8	31,6	6,04	43,7	3,57	7,35	128,7	747,2	15,3	74,9
17	0,13	0,55	0,10	-11,8	28,7	55,4	3,21	43,2	7,11	10,88	128,0	772,6	8,2	42,3
18	0,06	0,54	0,09	-25,0	12,9	33,6	2,98	19,0	2,92	5,31	118,7	674,7	7,7	36,8

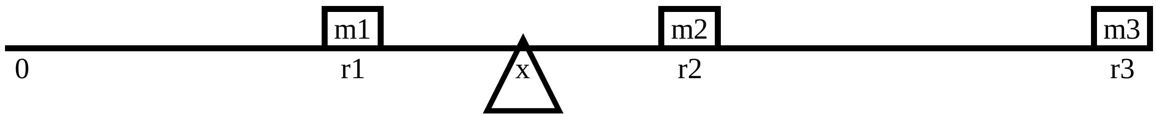
10. Projekt tyngdepunkt

Problemstilling: Hvor er tyngdepunkt på en vippe?

En matematisk model:

Matematik	Problem	→	Løsning
	↑		↓
Virkelighed	Problem		Løsning

1. Problemet fra virkeligheden
Tre masser med vægtene m1, m2 og m3 sider på en vippe i positionerne r1, r2 og r3
Hvor er vippens tyngdepunkt x og hvilket kraftmoment søger at knække vippen?



2. Opstilling af det matematiske problem
Vi skal løse de to ligninger, som fremkommer ved at opstille en ligevægtsbetingelse at det samlede kraftmoment (kraft*arm) skal være nul.

3. Løsning af det matematiske problem

x = ?	0 = m1*arm1 + m2*arm2 + m3*arm3
m1 = 30, r1 = 5 m2 = 20, r2 = 18 m3 = 10, r3 = 33	0 = m1*arm1 + m2*arm2 + m3*arm3 0 = 30*(x – 5) + 20*(x – 18) + 10*(x – 33) Y1 = Y2 Math Solver 0 = Y1-Y2 giver x = 14

4. Løsning af problemet fra virkeligheden
Tyngdepunktet befinder sig i positionen 14, og kraftmomentet er 30*(14-5) = 270 kg meter.

5. Rutineopgaver

	m1	m2	m3	r1	r2	r3		Tyngdepunkt	Kraftmoment
1	30,0	20,0	10,0	5,0	18,0	33,0		14,0	270
2	16,9	18,1		6,6	19,5			13,3	113
3	15,8	29,5		6,1	10,4			8,91	44
4	27,6	13,2		5,0	16,1			8,58	98
5	16,1	24,8		6,0	9,6			8,16	35
6	18,8	15,4		6,7	23,8			14,4	145
7	41,9	12,9		6,9	20,4			10,1	134
8	30,4	13,6		4,2	15,2			7,59	104
9	22,2	29,0		4,5	20,2			13,4	198
10	20,9	24,9	13,0	4,1	23,3	38,4		19,8	329
11	26,2	21,6	10,8	6,7	16,2	28,4		14,2	197
12	39,9	29,0	5,2	7,2	23,5	36,9		15,7	339
13	17,9	25,3	6,5	3,7	10,7	27,7		10,4	120
14	42,9	10,1	8,0	7,4	17,6	34,3		12,6	224
15	28,8	27,8	14,6	4,5	14,9	36,1		15,0	305
16	25,6	15,3	5,8	4,2	23,4	43,8		15,4	288
17	43,3	22,2	11,2	6,5	9,8	29,3		10,8	185
18	26,7	24,2	9,3	7,1	13,7	36,4		14,3	192
19	27,6	28,4	11,8	6,9	14,8	27,3		13,7	189
20	33,8	16,3	13,1	6,0	26,8	24,0		15,1	308